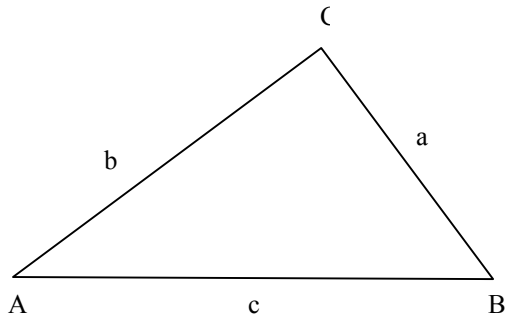


# 11. Derékszögű háromszögek



a,b:befogók  
c: átfogó

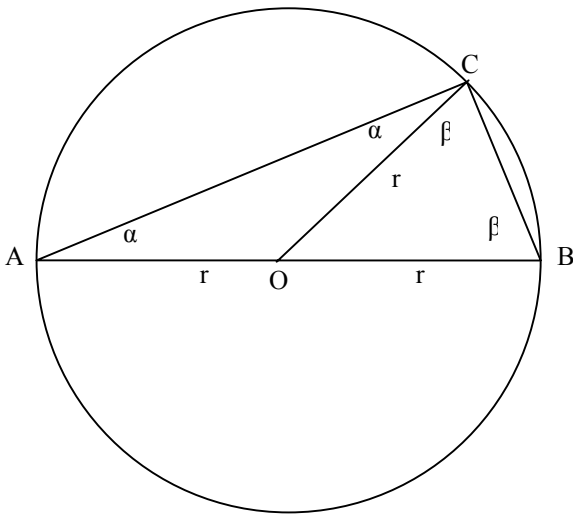
**Thalesz-tétel:** Ha egy kör tetszőleges átmérőjének két végpontját összekötjük a kör bármely más pontjával, akkor derékszögű háromszögek kapunk.

**Bizonyítás:**

Az OC sugár behúzásával egyenlő szárú háromszögek keletkeznek.

$$2\alpha + 2\beta = 180^\circ$$

$$\alpha + \beta = 90^\circ$$



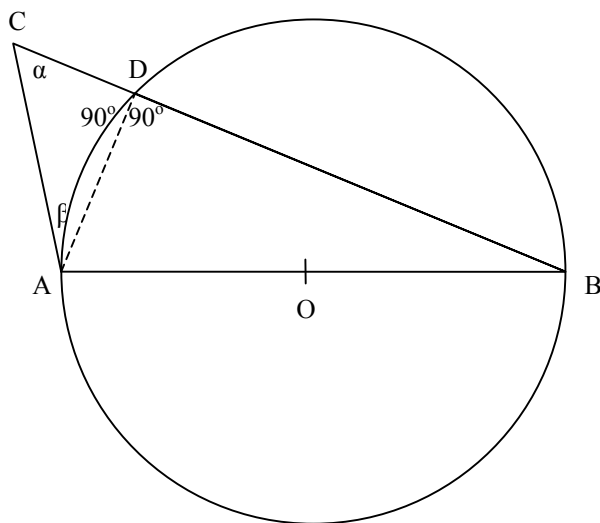
**Thalesz tétel megfordítása:** Ha az AB szakasz a C pontból derékszögben látszik, akkor C rajta van az AB, mint átmérő fölé emelt körön.

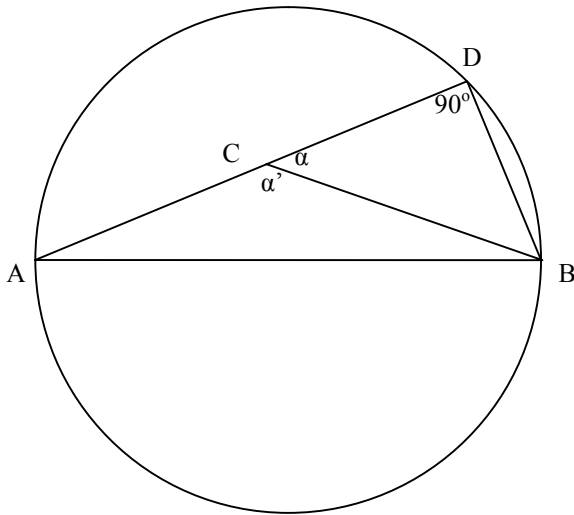
**Bizonyítás:**

Felhasználjuk a Thalesz-tételt! Belátjuk, hogy C nem lehet a körön kívül és a körön belül sem.

$$\alpha + \beta = 90^\circ$$

$$\alpha < 90^\circ$$

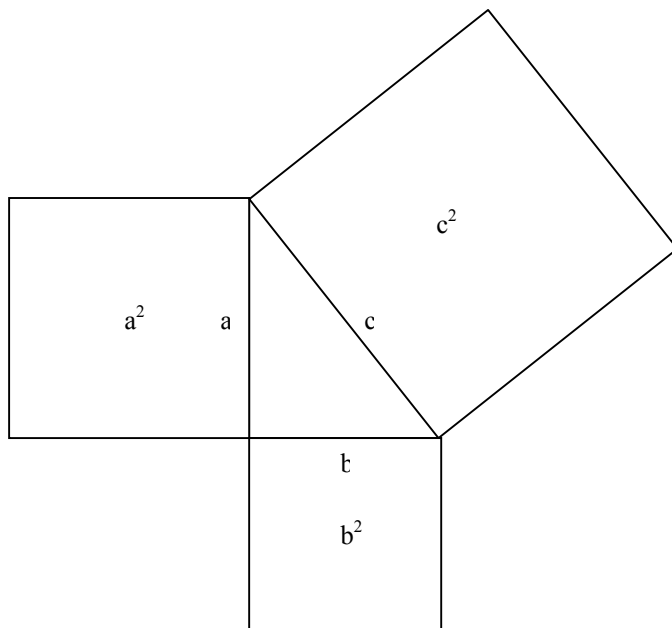


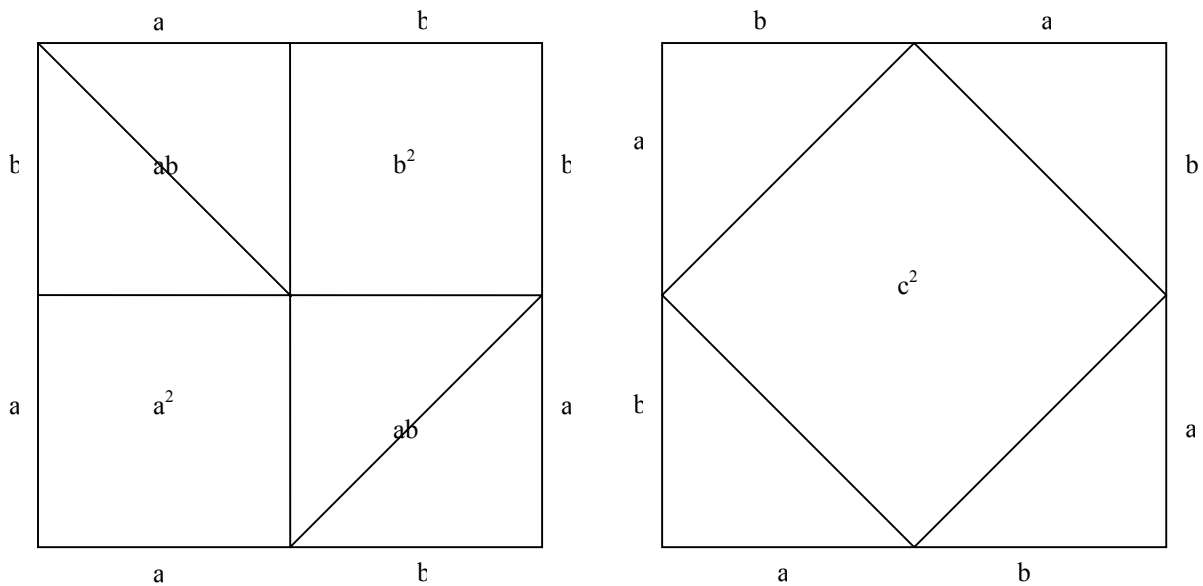


$\alpha < 90^\circ$ ,  $CBD\Delta$  derékszögű  
 $\alpha' > 90^\circ$ , mert  $\alpha$  külső szöge

**Thalesz-tétel és megfordítása együtt:** Azon pontok halmaza a síkon, melyekből egy adott szakasz derékszögben látszik, a szakasz, mint átmérő fölé emelt körvonal pontjainak halmaza, kivéve a szakasz végpontjait.

**Pitagorsz-tétel:** A derékszögű háromszög befogóinak négyzetösszege megegyezik az átfogó négyzetével.





$$a^2 + b^2 + 2ab = c^2 + 4 \frac{ab}{2}$$

$$a^2 + b^2 = c^2$$

**Pitagorasz-tétel megfordítása:** Ha egy háromszög két oldalának négyzetösszege egyenlő a harmadik oldal négyzetével, akkor a háromszög derékszögű.

cosinus-tétel:  $c^2 = a^2 + b^2 + 2ab \cos \gamma$

$$\underbrace{\quad}_{=0}$$

$$\cos \gamma = 0 \implies \gamma = 90^\circ$$

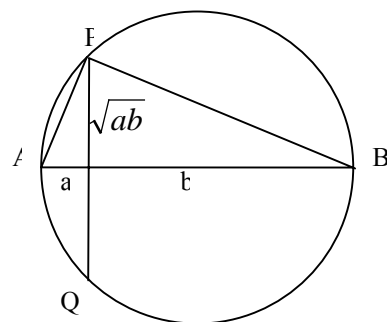
**Mértani közép tételek:**

magasságtétel:  $m = \sqrt{xy}$

befogótétel:  $a = \sqrt{xc}$  és  $b = \sqrt{xc}$

**Alkalmazások:**

- $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$  (egyenlőség a=b esetén...)
- tető magassága
- szögszámítás, földmérés, területszámítás



PQ a kör húrja

$PQ = 2\sqrt{ab}$  (magasságtétel)

a+b: a kör átmérője